**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Знакомство с p-адическими числами.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, алгебра, линейная алгебра и геометрия, введение в топологию, элементы теории чисел
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15 | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16 | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\* | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. N. Koblitz. *p-adic numbers, p-adic analysis, and zeta-functions*. Graduate Texts in Mathematics, **58**, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1984.
2. Y. Amice. *Les nombres p-adiques*. Presses Universitaires de France, Paris, 1975.
3. З.И. Боревич, И.Р. Шафаревич. *Теория чисел*. 3-е изд., Наука, М., 1985.
4. S. Lang. *Algebraic number theory*. Graduate Texts in Mathematics, **110**, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1994.
5. S. Lang. *Algebra*. Graduate Texts in Mathematics, **211**, 3rd ed., Springer-Verlag, New York, 2002.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Знакомство с p-адическими числами.
2. Преподаватель – асс. И. П. Рочев.
3. Аннотация курса: специальный курс знакомит студентов с некоторыми аналитическими и алгебраическими вопросами теории неархимедовых нормированных полей, в частности полей p-адических чисел. Обсуждаются: пополнение нормированного поля, сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых полях, построение полного алгебраически замкнутого расширения данного неархимедова нормированного поля и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Нормированные поля. Неархимедовы нормы. |
| Тема 2 | Эквивалентность норм. Нормы на поле рациональных чисел (теорема Островского). |
| Тема 3 | Пополнение нормированного поля. |
| Тема 4 | Поле p-адических чисел. Стандартное представление p-адического числа. |
| Тема 5 | Теорема о слабой аппроксимации. |
| Тема 6 | Сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых нормированных полях. Пример: представители Тейхмюллера. |
| Тема 7 | Лемма Гензеля. Примеры: представители Тейхмюллера, извлечение корней. |
| Тема 8 | Компактность кольца целых чисел. |
| Тема 9 | Лемма Гаусса и продолжение нормы на поле рациональных функций. |
| Тема 10 | Существование и единственность продолжения нормы на алгебраическое замыкание; явный вид продолжения. |
| Тема 11 | Целое замыкание кольца целых чисел в конечном расширении. |
| Тема 12 | Индекс ветвления и степень поля вычетов конечного расширения. |
| Тема 13 | Многочлены Эйзенштейна и вполне разветвлённые расширения. |
| Тема 14 | Неразветвлённые расширения. Описание произвольного конечного расширения в терминах неразветвлённых и вполне разветвлённых. |
| Тема 15 | Лемма Краснера. |
| Тема 16 | Непрерывность корней многочленов как функций от коэффициентов (непрерывность алгебраических функций). |
| Тема 17\* | Построение полного алгебраически замкнутого расширения. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Нормированные поля. Неархимедовы нормы. Эквивалентность норм. Нормы на поле рациональных чисел (теорема Островского).
2. Пополнение нормированного поля. Поле p-адических чисел. Стандартное представление p-адического числа.
3. Теорема о слабой аппроксимации.
4. Сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых нормированных полях. Пример: представители Тейхмюллера.
5. Лемма Гензеля. Примеры: представители Тейхмюллера, извлечение корней.
6. Компактность кольца целых чисел.
7. Лемма Гаусса и продолжение нормы на поле рациональных функций.
8. Существование и единственность продолжения нормы на алгебраическое замыкание; явный вид продолжения.
9. Целое замыкание кольца целых чисел в конечном расширении.
10. Индекс ветвления и степень поля вычетов конечного расширения. Многочлены Эйзенштейна и вполне разветвлённые расширения. Неразветвлённые расширения. Описание произвольного конечного расширения в терминах неразветвлённых и вполне разветвлённых.
11. Лемма Краснера.
12. Непрерывность корней многочленов как функций от коэффициентов (непрерывность алгебраических функций).
13. Построение полного алгебраически замкнутого расширения.
14. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**